Cálculo de impedancias de una cimentación piloteada

Impedance calculation for a piled foundation

W. I. Paniagua Zavala, Pilotec

J. L. Rangel Núñez, UAM e Instituto de Ingeniería, UNAM

RESUMEN. Se presenta el caso del cálculo de las impedancias, ante solicitaciones estáticas y dinámicas, para una cimentación piloteada, correspondiente a la turbina de generación de una central termoeléctrica en el Sureste de México. En el caso de un pilote individual, en condiciones estáticas, se muestran cálculos realizados con métodos sugeridos en la literatura, y los resultados se comparan con pruebas de carga *in situ*. Para solicitaciones dinámicas, se incluyen los cálculos realizados para un pilote individual y para el grupo de pilotes, con métodos aproximados, con el enfoque de deformación plana de Novak, así como un análisis numérico utilizando el método de los elementos finitos, comparándose los resultados.

1. INTRODUCCION

En el Sureste de México se lleva a cabo la construcción de una planta termoeléctrica de ciclo combinado en un área aproximada de $330x350 \text{ m}^2$; esta planta contempla diversas estructuras, que incluyen equipos, sistemas de tratamiento de agua, almacenamiento de combustible, y edificios, entre otros.

En este trabajo se presenta una revisión de los parámetros dinámicos para el diseño geotécnico de la cimentación del turbogenerador, que fue resuelta con pilotes precolados. Esta revisión incluye:

- Determinación de los módulos de reacción estático y dinámico de los pilotes; vertical y horizontal.
- Determinación de las constantes de amortiguamiento viscoso de los pilotes; vertical y horizontal.
- Cálculo de los módulos de reacción y constantes de amortiguamiento del grupo de pilotes; vertical y horizontal.

Se realizaron cálculos para determinar estos valores utilizando diversos procedimientos. Asimismo, se hace un análisis comparativo de los resultados obtenidos.

2. INFORMACION GEOTECNICA DEL SITIO

La estratigrafía y propiedades mecánicas del sitio se evaluaron mediante una campaña de exploración, consistente seis sondeos mixtos, con recuperación de muestras representativas y de tipo inalterado, hasta una profundidad máxima de 30.3 m. Además, se realizaron diez pozos a cielo abierto superficiales. El nivel de aguas superficiales se detectó a 1.7 m de profundidad.

Los ensayes de laboratorio realizados incluyeron clasificación visual y al tacto, pruebas índice (contenido natural de agua, límites de consistencia, granulometría por mallas y por lavado, densidad de sólidos) y pruebas mecánicas (compresión no confinada, compresión triaxial no consolidada-no drenada, consolidación unidimensional, determinación del módulo de deformabilidad, y módulo de rigidez al corte, en el péndulo de torsión libre.

En la fig 1 se observa el perfil estratigráfico del área, así como las propiedades mecánicas asignadas a cada estrato.

En la perforación realizada para extraer las muestras de uno de los sondeos, se llevó a cabo un estudio geofísico, en la modalidad de *Down-Hole* –pozo abajo, a fin de medir la velocidad de propagación de las ondas de compresión y cortante en el suelo (tabla 1).

Se aprecia que los valores de la velocidad de onda de cortante están en el intervalo típico, además de que la velocidad de onda de compresión del suelo es similar a la velocidad de transmisión del agua, para materiales saturados.

3. CARACTERÍSTICAS DE LA CIMENTACION DEL TURBOGENERADOR

En la fig 2 se presenta una planta general del anteproyecto de esta cimentación y en la fig 3 su isométrico. Debido a las características del equipo, el turbogenerador se encuentra ubicado en un entrepiso.

La cimentación consta de 127 pilotes de sección cuadrada de 40 cm de lado, precolados de concreto reforzado, de 22.5 m de longitud, unidos con una losa de concreto de 180 cm de peralte (fig 4).

Prof.		Descripción	Número de	γ	$s_u t/m^2$	E	E_{q_2}	v
		1	goipes SP1	t/m ³	UIII	t/m ⁻	t/m	
0 a 4		Arcilla poco arenosa, café claro y café grisáceo, plasticidad alta, consistencia blanda a media (CH)	_	1.87	3.0	675	600	0.4
4 a 6		Arena fina a media, arcillosa, café claro gris claro, compacidad media (SC)	6	1.96	6.0	2000	1900	0.35
6 a10		Arcilla café claro y café grisáceo, plasticidad alta, consistencia firme a dura (CH)	21	1.93	8.3	1750	1800	0.4
10 a 20		Arena fina a media, arcillosa a poco arcillosa, café claro y café grisáceo, compacidad predominantemente media (SC)	18	2.0	2.5	2250	2800	0.35
20 a 30		Arcilla café claro, plasticidad alta, consistencia muy firme a dura (CH)	35	2.1	18.4	2750	3680	0.4
Siendo, γ el peso volumétrico; s_u la resistencia cortante no drenada; E el módulo de elasticidad obtenido en laboratorio;								
E_q el má	ódulo	o de deformación obtenido de correlacio	ones con la resi	stencia c	ortante y v la	relación d	e Poisson	

Fig 1. Condiciones estratigráficas y propiedades mecánicas

Tabla 1. Velocidades de propagación de onda compresional y cortante $(V_p \ y \ V_s)$, y los módulos dinámicos $(E_d \ y \ G_d)$, obtenidos con geofísica.

Prof. (m)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	$E_d(t/m^2)$	$G_d(t/m^2)$
0 - 3	575	185	19320	6700
3 - 5	950	345	69870	24530
5 - 9	1280	485	138270	48820
9 - 12	1260	440	108970	38080
12 - 19	1320	515	154260	54690
19 - 25	1780	690	291290	103180

Los pilotes se hincaron, utilizando un martillo Delmag D-30, hasta una profundidad de 21.5 m, con perforación previa de 35 cm de diámetro y extracción de material. Dicha profundidad corresponde a un metro antes de la profundidad de desplante de la punta.

En la fig 5 se muestran los registros de hincado de los pilotes que se utilizaron en las pruebas de carga. Aquí, se observa una dispersión alta en el número de golpes, para profundidades mayores que 15 m, lo cual se debe principalmente a la heterogeneidad del subsuelo.



Fig 2. Planta general de pilotes en el turbogenerador



Fig 3. Isométrico de la estructura del turbogenerador



Fig 4. Vista general del campo de pilotes en el turbogenerador

La heterogeneidad del subsuelo también se refleja durante el hincado de los pilotes, dado que en algunos sitios existió rechazo entre los 2 y 4 m de profundidad.

Por otra parte, algunos pilotes sufrieron rotura de su cabeza durante el hincado, y otros con los primeros golpes dados con el martillo.

4. PRUEBAS DE CARGA

Con objeto de determinar las condiciones de trabajo de los pilotes en el sitio, se programaron dos pruebas de carga, una de compresión vertical y otra lateral.

Tomando en cuenta que se utilizaron pilotes definitivos, que formarán parte de la cimentación del turbogenerador, las cargas aplicadas se llevaron hasta 1.5 veces su valor admisible, como se muestra en la tabla 2.



Fig 5. Hincado de pilotes; Nº de golpes.vs.profundidad

Tabla 2. Cargas aplicadas en las pruebas de carga

Condición	Carga admisible, t	Carga última, t
Compresión	115	172.5
Tensión	15	22.5

Con base en estas cargas, se determinaron los incrementos de carga, utilizando 25 % de la carga admisible, para la aplicación de las cargas y 25 % de la carga última, para la rama de descarga.

El procedimiento usado fue de carga controlada, aplicando incrementos iguales de carga, cuando la velocidad de deformación se redujo a un valor menor que 250 micras/hora. Las normas utilizadas fueron las ASTM D-1143 y D-3966, para las pruebas de compresión y lateral, respectivamente.

La configuración de las pruebas consistió en un pilote de prueba entre cuatro pilotes de reacción, fig 6.

La deformación fue medida con tres procedimientos diferentes:

- Tres indicadores de carátula (micrómetros), colocados a 120° alrededor del pilote, a distancia suficiente para evitar interferencia del sistema de reacción y los pilotes.
- Escala graduada, con un alambre a tensión y un espejo.
- Lecturas topográficas, en un punto de referencia conectado a la cabeza del pilote.



Fig 6. Arreglo en planta del pilote de prueba y los pilotes de reacción (acotamientos en cm)

La fuerza fue medida con el manómetro de la bomba del gato hidráulico. Tanto la bomba, el manómetro y el gato, fueron calibrados para tener lecturas precisas de la carga aplicada.

Asimismo, se colocaron dos manómetros en el sistema de la bomba; uno con un intervalo de medición de 0 a 10,000 psi, para las pruebas de compresión, y otro un de 0 a 1,400 psi, para las pruebas de tensión y lateral. Ambos manómetros fueron calibrados.

Las características del equipo de medición se describe en la tabla 3.

Tabla 3.	Equipo	de medición

Equipo	Capacidad / Precisión
Nivel topográfico	1 mm en la escala
Micrómetros	
tensión y lateral	500 mm / 10 micras
compresión	500 mm / 0.001"
Gato hidráulico*	300 ton / 6" de carrera
Bomba	10,000 psi / 1.5 %

*De acuerdo con la norma ASTM D-1143, el gato hidráulico cumplió con los requerimientos de la ANSI (American National Standards Institute) B30.1. En las figs 7 y 8 se muestran las características generales del montaje de las dos pruebas.



Fig 7. Prueba de carga de compresión

Fig 8. Prueba de carga lateral

La gráfica fuerza-desplazamiento de las pruebas de carga de compresión y lateral, se muestran en la fig 9, y en la tabla 4 se resumen de los resultados.

Fig 9. Curva esfuerzo-deformación, para pruebas de compresión y lateral

Prueba	Qu	Def máx	Def permanente	Módulo reacción
	t	mm	mm	kg/cm ³
compresión	> 172.5	10.4	2.88	127.66
lateral	22.5	40.8	28.50	3.84

Tabla 4. Resultados de pruebas de carga en pilotes

5. CALCULO DE IMPEDANCIAS

5.1 Estáticas

La rigidez para el pilote individual, en condiciones estáticas, fue evaluada utilizando expresiones comunes en la literatura, comparándose con los valores obtenidos en pruebas de carga vertical y lateral.

Vertical. El módulo de reacción para pilotes se estimó con las siguientes expresiones, Bowles (1997):

$$k_s = \frac{E}{B(1 - v^2)} \tag{1}$$

 $\mathbf{k}_{\mathrm{s}} = 4 \; (\mathrm{FS}) \; \mathbf{q}_{\mathrm{a}} \tag{2}$

donde

k _s	módulo de reacción vertical, para análisis
	estáticos
В	ancho del pilote, 40 cm
FS	factor de seguridad

q_a capacidad de carga admisible

Horizontal. El valor del módulo de reacción horizontal es sensible en los primeros 5 a 10 diámetros, desde la cabeza del pilote (Davies, 1991), esto es entre 2 y 4 m, en este caso.

Dado que el suelo en esta zona es fundamentalmente cohesivo, se utilizó la expresión sugerida por Poulos y Davis (1980) y Prakash y Sharma (1990) para calcular el módulo de reacción horizontal:

$$k_h = 67 \frac{S_u}{B} \tag{3}$$

Asimismo, Bowles (1997) sugiere duplicar los valores del módulo de reacción vertical.

Los resultados de los diferentes enfoques, expresados como módulo de rigidez, se muestran en la tabla 5.

Tabla 5.	Valores	de rigidez	estática

Enfoque	Valor de Ks, t/m		
Emoque	vertical	horizontal	
Estudio original ⁽¹⁾	6,234	7,401	
Bowles (1997)	8,180 8,620	16,360	
Poulos y Davis (1980) Prakash y Sharma (1990)		1,790	
Prueba de carga	16,580	5,514	

⁽¹⁾ Se calculó utilizando el asentamiento que se tendría aplicando la carga admisible del pilote

Se observa que los valores del módulo de rigidez vertical calculados con las expresiones 1 a 3, son mayores que el medido en la prueba de carga, el doble aproximadamente. Para el caso del módulo de rigidez horizontal, las expresiones 1 a 3 muestran resultados dispersos, y solamente el criterio de Poulos y Davis (1980) y Prakash y Sharma (1990) se aproximan a lo medido.

5.2 Dinámicas

Existen diversos métodos para el análisis de la respuesta de pilotes ante vibraciones, que se mencionan brevemente, en orden descendente de sofisticación de cálculo, Poulos y Davis (1980), Gazetas et al (1992):

- a. Análisis tridimensional (p. ej. usando el método del elemento finito), en el cual se toman en cuenta la propagación de ondas en el suelo y el pilote
- Análisis elástico aproximado, en el cual el problema se simplifica a un plano de deformación y se asume que las ondas elásticas se propagarán únicamente en forma horizontal, Novak (1974)
- Solución con la ecuación de onda unidimensional, de una manera similar a la utilizada en el análisis de hincado de pilotes

- d. Análisis de la respuesta de un sistema de masaresorte-amortiguador, que representa el suelo y al pilote
- e. Expresiones simples, Gazetas (1991)

Se calcularon las impedancias de los pilotes utilizando expresiones simples y el método de Novak, en el cual el modelo puede ser conceptualizado como un material de Winkler generalizado, que posee inercia y disipa energía. Al aplicar excitaciones armónicas pequeñas se han derivado soluciones para obtener las rigideces y constantes de amortiguamiento equivalentes del sistema suelo-pilote.

Se tomaron las siguientes hipótesis:

- El pilote es vertical y de una sección transversal circular (en este caso, se calculó un radio equivalente)
- El material del pilote es linealmente elástico
- El pilote está perfectamente conectado al suelo, es decir, no existe separación entre el suelo y el pilote bajo vibración
- El suelo arriba de la punta del pilote es modelado como un estrato linealmente elástico; la reacción del pilote en la punta se asume igual a la del semiespacio elástico
- Las deformaciones son pequeñas y la vibración es armónica, que conduce a que las funciones de impedancia y las rigideces y las constantes de amortiguamiento se podrán usar en un análisis estructural

Vibraciones verticales

El proceso de cálculo es el siguiente:

- a. Se obtienen los valores característicos del suelo, para análisis dinámicos alrededor del pilote y en la punta.
- b. Se establecen los valores dinámicos de propiedades y geometría del pilote, longitud, sección transversal, espaciamiento en el grupo, peso volumétrico, módulo de elasticidad. Con esta información se puede calcular la velocidad de onda de corte y de compresión del pilote.
- c. Se calculan la rigidez (k) y amortiguamiento (c) del pilote individual, utilizando

$$k_W^1 = \frac{E_p A}{r_0} f_{w1}$$
 (4)

$$C_{W}^{1} = \frac{E_{p}A}{v_{s}} f_{w2}$$
(5)

Los valores de las funciones f_{w1} y f_{w2} se obtienen de la fig 10; r_o es el radio equivalente del pilote, E_p , A y v_s son el módulo de elasticidad, área transversal y relación de Poisson del pilote, respectivamente.

d. Se calculan las impedancias para el grupo de pilotes (solo la contribución de los pilotes)

$$k_W^g = \frac{\sum k_w^1}{\sum \alpha_A} \tag{6}$$

$$C_W^g = \frac{\sum C_w^1}{\sum \alpha_A} \tag{7}$$

en donde α_A se obtiene de la fig 11.

- e. Se determinan las impedancias debidas a la fricción lateral
- f. Calcular la rigidez y el amortiguamiento totales

Vibraciones laterales

La secuencia de cálculo es:

a. Se calculan la rigidez y amortiguamiento del pilote individual, utilizando:

$$k_x^1 = \frac{E_p I_p}{r_0^3} f_{x1}$$
(12)

$$C_x^1 = \frac{E_p I_p}{r_0^2 v_s} f_{x2}$$
(13)

Donde I_p es el momento de inercia del pilote, f_{x1} y f_{x2} son coeficientes que se obtienen de la fig 12 (G_s es el módulo de rigidez al corte del suelo); las demás variables fueron definidas anteriormente.

Fig 10. Factores de rigidez y amortiguamiento para pilotes de punta, Prakash y Sharma (1990)

b. Se calculan las impedancias para el grupo de pilotes (solo la contribución de los pilotes):

en donde α_L se obtiene de la fig 13.

- c. Se determinan las impedancias debidas a la losa de cimentación
- d. Calcular la rigidez y el amortiguamiento totales

Fig 11. Factores de interacción de grupo de pilotes –carga vertical, Prakash y Sharma (1990)

Fig 12. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento para vibraciones laterales

Comentarios

En la fig 14 se muestra la variación que tiene el valor de α_A , dependiendo del pilote que se utiliza como referencia; es evidente la dispersión que se obtiene al aplicar esta herramienta, dependiendo del pilote que se utilice como referencia.

Gazetas et al (1992) muestran que en un grupo grande, cada pilote afecta solamente a los dos o tres pilotes adyacentes, para separaciones similares a las del caso estudiado. Como consecuencia, la eficiencia dinámica de un grupo puede ser mucho mayor que la unidad, a determinadas frecuencias. De hecho, se sugiere que este método sea utilizado solamente para grupos menores de 20 pilotes.

El-Sharnouby y Novak (1974) realizaron pruebas en un grupo de 102 pilotes, concluyendo que no es posible obtener una correspondencia entre las respuestas calculadas y observadas, con el estado de conocimiento actual.

En la tabla 6 se muestran los valores que se obtienen tomando en cuenta los diferentes criterios considerados.

Fig 13. Factores de interacción de grupo de pilotes –carga lateral

Fig 14. Variación del factor de influencia, dependiendo de la localización del pilote

De hecho, siguiendo el criterio de Novak, mientras mayor es el número de pilotes, menor es la rigidez del grupo de pilotes. Esta es una de las principales limitantes del método (tabla 6). Tabla 6. Comparación de valores de factor de grupo, para vibraciones verticales

Referencia	Factor de	
Kelelencia	grupo	
Bowles (1997) s/D > 3.5	1.0	
Bowles (1997) s/D < 3.5	0.78	
Barkan (1962)	0.65	
Gazetas (1991)	0.66	
Novak (1974)	0.014	

6. ANÁLISIS CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Utilizando el MEF, se obtuvo la capacidad de carga y el módulo de rigidez de un pilote construido en un medio estratificado, fig 15.

Los resultados son calibrados con las pruebas de carga de pilote realizadas en campo a fin de evaluar la representatividad de los métodos de exploración y de laboratorio.

Para el modelo del pilote con el MEF, se consideraron los estados de esfuerzos geoestático y el generado durante la colocación del pilote, así como condiciones no drenadas. El modelo es asimétrico no-lineal con el criterio de falla propuesto por Mohr-Coulomb.

La malla de elementos finito se construye con base en la estratigrafía descrita en el apartado 2, utilizando elementos triangulares de 15 nodos para modelar al suelo y al pilote, y se consideraron elementos de interfase para la frontera entre pilote-suelo, fig 15.

Fig 15. Malla de elementos finitos

Se calculó la capacidad de carga para dos casos: cuando actúa exclusivamente la punta del pilote (capacidad de punta) y cuando se presentan la resistencia desarrollada a lo largo del fuste y en la punta del pilote (capacidad total).

Capacidad total. En la fig 16 se presentan las curvas fuerza-desplazamiento considerando la estratigrafía indicada en la fig 1, para los tres diferentes casos del módulo de deformabilidad del suelo $(E, E_q \ y \ E_D)$, y en la tabla 7 se muestran la capacidad de carga total y los módulos de rigidez obtenidos.

Fig 16. Gráfica fuerza-desplazamiento para el caso donde se desarrolla la resistencia desarrollada a lo largo del fuste y en la punta del pilote

Capacidad por punta. En la fig 17 se presentan los resultados del MEF considerando la estratigrafía de la fig 1 y los módulos de deformación E, E_q y E_d , para el caso donde se presenta la resistencia solamente en la punta del pilote. En la tabla 7 se indican los resultados.

Condición de análisis		Capacidad de carga (t)	Desplazamiento a la falla (m)	Módulo rigidez (t/m)	
	Е	149	0.019	7,842	
Total	Eq	201	0.023	8,739	
	Ed	200	0.008	25,000	
	Е	38	0.015	2,533	
Punta	Eq	37	0.01	3,700	
	Ed	38	0.005	7,600	

Comentarios. Al comparar los resultados obtenidos con el MEF contra lo medido en la prueba de carga, se tiene lo siguiente:

 Para el primer caso, módulo de deformabilidad evaluado en laboratorio, se subvalora la capacidad de carga y se tienen desplazamientos del cabezal del doble de los medidos.

- Para el caso donde el módulo se calcula mediante una correlación respecto a la resistencia cortante, la capacidad de carga es semejante a la medida, pero los desplazamientos generados aún son altos.
- Cuando el módulo de deformabilidad fue el dinámico, se conserva la capacidad de carga total obtenida en el caso anterior y los desplazamientos son del orden de magnitud de los determinados con la prueba de carga.

Lo anterior sugiere que los parámetros de resistencia asignados al perfil estratigráfico de la zona son los adecuados, mientras que el módulo de deformabilidad, según el ensaye de carga, se localiza en una condición cercana a los resultados de geofísica.

Fig 17. Gráfica fuerza-desplazamiento para el caso donde se desarrolla la resistencia de la punta del pilote

7. ELEMENTOS DE DISEÑO ADICIONALES

Con respecto al diseño y análisis de la cimentación del turbogenerador, caben los siguientes comentarios (Davies, 1991; Bowles, 1997):

- Es deseable utilizar un espaciamiento entre pilotes mayor a 5 veces su diámetro, y no menor de 4 m
- Es recomendable utilizar esfuerzos bajos en el pilote; una regla práctica es limitar el esfuerzo estático a no más de la mitad del esfuerzo admisible del material del pilote
- La losa de cimentación debería tener alrededor de 1.5 a 2.5 veces la masa de la turbina

- Es conveniente acercar el centroide del grupo de pilotes con el de la masa vibratoria, lo más posible
- Si existieran fuerzas dinámicas horizontales importantes, tal vez sea conveniente utilizar pilotes inclinados
- Es importante que los pilotes estén bien anclados en la losa, usando conectores de cortante, además de cuando menos 300 mm del pilote de empotramiento
- En caso de que el equipo se encuentre en una estructura elevada (como es este caso), es conveniente que la masa total de la estructura sea cuando menos 3 veces la masa del equipo

8. CONCLUSIONES

- 1. Se presenta el cálculo de módulos de rigidez e impedancias para un pilote individual y un grupo de pilotes, correspondiente al turbogenerador de una termoeléctrica en el Sureste de México.
- Los módulos de rigidez vertical y horizontal se calcularon con expresiones simples y con el MEF. Comparando los resultados con los obtenidos de una prueba de carga, se observa lo siguiente:
 - Módulo de rigidez vertical. Los valores del módulo obtenidos con las expresiones y el MEF son semejantes, y ambos mayores que los medidos. Este efecto es ocasionado por la subvaloración del módulo de deformabilidad del suelo en laboratorio. En efecto, los módulos de deformabilidad obtenidos en laboratorio son menores que los calculados a partir de la prueba de carga.
 - *Módulo de rigidez horizontal*. Existe una dispersión importante entre los módulos estimados a partir de expresiones sencillas
- 3. Existe una correlación buena entre la capacidad de carga calculada con el MEF y la estimada de la prueba de carga.
- 4. Se calcularon las impedancias para pilotes individuales, en el sentido vertical y horizontal; se reporta una buena correspondencia en la literatura con el enfoque de Novak.
- 5. Al calcular la respuesta del grupo de pilotes, con el método de superposiciones, se observan incongruencias debidas a las limitaciones del

procedimiento, por lo que se sugiere restringir el uso de esta herramienta a grupos menores de 20 pilotes.

6. Para grupos de pilotes que rebasen el número señalado, se sugiere utilizar expresiones sencillas (Gazetas, 1991; Barkan, 1962; Bowles, 1997), que toman en cuenta la relación entre la separación de los pilotes y su diámetro. Es necesaria mayor investigación para determinar con precisión estos parámetros.

9. RECONOCIMIENTO

Las pruebas de carga en los pilotes fueron llevadas a cabo en campo por los Ings. José Alberto Valle y Jorge Sandoval.

REFERENCIAS

Barkan D.D., 1962, Dynamics of bases and foundations, McGraw-Hill Book Co., New York.

Bowles, J.E., 1997, Foundation Analysis and Design. Fifth edition, McGraw-Hill, New York.

Davies, T.G., 1991, Machine Foundations. Cap. 8 de Cyclic Loading of Soils, Blackie, Glasgow and London; Van Nostrand Reinhold, New York; M.P. O'Reilly and S.F. Brown, editores.

El-Sharnouby B. and Novak M., 1984, Dynamic experiments with groups of piles, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 100, GT6, June, pp. 719-737.

Gazetas, G., 1991, Foundation Vibrations. Cap. 15 de Foundation Engineering Handbook, 2nd ed., Van Nostrand Reinhold, New York; Hsai Yang Fang, editor.

Gazetas G., K. Fan, T. Tazoh, K. Shimizu, M. Cavadas and N. Makris, 1992, Seismic pile-group-structure interaction; Piles under dynamic loads, Geotechnical Special Publication N° 34, ASCE, New Cork.

Poulos, H.G. and Davis E.H., 1980, Pile Foundation Analysis and Design. John Wiley and Sons, New York.

Prakash, S. and Sharma, H.D., 1990, Pile Foundations in Engineering Practice. John Wiley and Sons, New York.

Novak, M., 1974, Dynamic stiffness and damping of piles, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, N° 4, 574-598.